

ELASTİK, BÜYÜK DEFORMASYON PROBLEMLERİNİN AĞSIZ NOKTASAL INTERPOLASYON YÖNTEMİYLE ÇÖZÜMÜ

Bahattin KANBER, Ö. Yavuz BOZKURT

Gaziantep Üniversitesi, Makine Mühendisliği, 27310, **Gaziantep-TÜRKİYE**
e-mail:kanber@gantep.edu.tr, oybozkurt@gantep.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, elastik-büyük deformasyon problemleri, Ağsız Noktasal İnterpolasyon Yöntemi (Point Interpolation Method) kullanılarak çözülmüş ve sonuçları ANSYS sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Yöntem için, Mathematica programında genel amaçlı bir kod geliştirilmiş ve çözümler bu kod kullanılarak yapılmıştır. Noktasal İnterpolasyon şekil fonksiyonları, çözüm alanı içerisindeki düzgün ve düzgün olmayan şekilde dağıtılmış düğüm noktaları için elde edilmiştir. Bütün çözümlerde, sayısal integral için Gaussian-quadrature integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Etki alanının (Influence domain) büyüklüğünün ve içerisindeki düğüm nokta sayısının çözüm üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Oluşturulan modellerde, düzgün dağıtılmış düğüm noktaları ve düzgün dağıtılmamış düğüm noktaları kullanılmıştır. Böylece düğüm noktalarının model içerisindeki dağılımının çözümdeki etkisine bakılmıştır.

ABSTRACT

This study includes the solution of large deformation problem by PIM and comparison of the PIM results with ANSYS results. A general purpose Mathematica codes are developed for the PIM solutions. The nodal shape functions of PIM are obtained for both regular and irregular node distributions. Gauss-quadrature method is used for numerical integration in all solutions. The effects of the number of the nodes found in the influence domain and the size of the influence domain, to the solution are researched. Regular distributed nodes and irregular distributed nodes are used in the PIM models. Thus the effect of the distribution of nodes to the results are investigated.

1. GİRİŞ

Sonlu elemanlar ve sınır elemanları yöntemlerinin küçük deformasyon problemleri için çok iyi sonuçlar verdiği bilinmektedir. Ancak birim şekil değişikliğinin büyük olduğu problemlerde Sonlu Elemanlar Yönteminde, elemanlar aşırı şekil değiştirebilmekte ve hata

oranı yükselmektedir. Bu gibi durumlarda, yük artışsal olarak uygulanmakta ve her yeni artışta model güncellenmektedir. Böylece hata en aza indirilmekte, ancak çözüm zamanı uzatılmaktadır. Benzer durumlar, 3- boyutlu Sınır Elemanları Yöntemi için de geçerlidir. Ağsız yöntemler, çözümü düğüm noktaları üzerinden yaptığı için eleman tanımlaması içermemektedir. Dolayısıyla, büyük deformasyon problemlerinin çözümlerinde önemli avantajlar sunabilmektedir.

Ağsız yöntemler, Sonlu ve Sınır Elemanları yöntemleri gibi gelişmesinin yeterince tamamlamamıştır. Literatürde öne sürülen birçok yeni ağsız yöntem mevcuttur [1-4]. Ancak, öne sürülen her yöntemin belli zaafı vardır. Örneğin Ağsız Noktasal İnterpolasyon yönteminde, farklı düğüm noktalarının koordinatları birbirine çok yaklaştığında veya çakışık olduğunda, moment matrisi tekil çıkabilmekte ve yöntem sonuç vermemektedir [4]. Bu yöntemin bu zaafını gidermek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. En basit olarak, birbirine yakın düğüm noktaları birbirinden belli mesafe uzaklaştırılır [4]. Ya da, moment matrisi tekillikten kurtulması için üçgensel hale getirilir [5]. Yöntemi verimli kılabilmek için değişik çalışmalar da yapılmıştır [6-8].

2. NOKTASAL DİRENGENLİK MATRİSİ

Ağsız Noktasal İnterpolasyon yönteminde, deplasman bileşenleri ilgili düğüm noktasına ait yerel çözüm alanı düğüm noktaları kullanarak aşağıdaki gibi yazılabilir [9]:

$$u(x, x_Q) = \sum_{i=1}^n p_i(x) a_i(x_Q) = \mathbf{p}^T(x) \mathbf{a}(x_Q) \quad (1)$$

burada x_Q etki alanının merkez noktası, n ilgili yerel çözüm alanındaki toplam düğüm noktası sayısı, $p_i(x)$ çok terimli temel fonksiyon, $a_i(x_Q)$ ise x_Q noktasına ait çok terimli temel fonksiyonun kat sayısıdır.

İki boyutlu çözüm alanı için çok terimli temel fonksiyon aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{p}^T(x) = \{1, x, y, xy, x^2, y^2, \dots, x^n, y^n\} \quad (2)$$

Eşitlik 1 yerel çözüm alanındaki bütün düğüm noktaları için sağlanmalıdır ve bu şart aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{i=1}^m a_i p(x_1) = a_1 + a_2 x_1 + a_3 y_1 + \dots + a_m p_m(x_1) \\ u_2 &= \sum_{i=1}^m a_i p(x_2) = a_1 + a_2 x_2 + a_3 y_2 + \dots + a_m p_m(x_2) \\ &\vdots \\ u_n &= \sum_{i=1}^m a_i p(x_n) = a_1 + a_2 x_n + a_3 y_n + \dots + a_m p_m(x_n) \end{aligned} \quad (3)$$

burada $p_m(\mathbf{x}_1)$ ilgili düğüm noktası için çok terimli temel fonksiyonun son terimi, m çok terimli temel fonksiyonun terim sayısıdır. Eşitlik 3 matris olarak şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{P}_Q \mathbf{a} \quad (4)$$

burada \mathbf{U}_S yerel çözüm alanına ait deplasman vektörüdür, \mathbf{P}_Q ise yerel çözüm alanına ait moment matrisidir ve aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{P}_Q = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 & \dots & p_m(\mathbf{x}_1) \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 & \dots & p_m(\mathbf{x}_2) \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 & \dots & p_m(\mathbf{x}_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n y_n & \dots & p_m(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Yerel çözüm alanındaki düğüm noktası, n , sayısı her zaman çoklu terimli temel fonksiyonun terim sayısına, m , eşittir. Katsayı matrisi Eşitlik 4 kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{a} = \mathbf{P}_Q^{-1} \mathbf{U}_S \quad (6)$$

Bir yerel çözüm alanının bütün düğüm noktaları için katsayı matrisi, \mathbf{a} , aynıdır. Eşitlik 1 Eşitlik 6'de elde edilen katsayı matrisi değerinin kullanılmasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x}) \mathbf{U}_S \quad (7)$$

burada $\Phi(\mathbf{x})$ şekil fonksiyonu matrisidir ve aşağıdaki şekilde yazılabilir [9]

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{P}_Q^{-1} = [\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), \phi_3(\mathbf{x}), \dots, \phi_n(\mathbf{x})] \quad (8)$$

Ağırsız noktasal interpolasyon yöntemi için kullanılan formülasyon; Ω alanı ile tanımlanmış, Γ sınırı ile çevrelenmiş, iki boyutlu lineer katı cisim mekaniği problemi için oluşturulmuştur. Problemi tanımlamak için kullanılan denge, birim uzama-deplasman ve birim uzama-gerilim eşitlikleri aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \quad \Omega \text{ problem alanındaki denge eşitliği} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f} \quad \Gamma_f \text{ ilgili yüzeydeki Neumann sınır koşulu} \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \Gamma_u \text{ ilgili sınırdaki Dirichlet sınır koşulu} \quad (11)$$

burada \mathbf{L} diferansiyel operatörüdür ve aşağıdaki ifade edilir:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$\sigma^T = \{\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \tau_{xy}\}$ gerilme vektörü, $u^T = \{u \ v\}$ yer değiştirme vektörü, $b^T = \{b_x \ b_y\}$ hacimsel kuvvet (body force) vektörü, \bar{f} ilgili sınırdaki önceden bilinen yüzey kuvveti vektörü, \bar{u} ilgili sınırdaki önceden bilinen yer değiştirme vektörü, ve n sınırdaki yüzeye dik birim vektördür.

İki boyutlu global çözüm alanı için denge denklemi, varyasyonel yöntem (variational form) kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir [9]:

$$\int_{\Omega} (L\delta u)^T (DLu) d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega - \int_{\Gamma_f} \delta u^T \bar{f} d\Gamma = 0 \quad (13)$$

burada D malzeme matrisidir ve aşağıdaki gibidir:

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Eşitlik 14 düzlemsel gerilme ve Eşitlik 15 düzlemsel birim uzama problemleri için kullanılmaktadır.

Problem alanı içinde bir noktaya ait deplasman değeri, noktaya ait etki alanı ve şekil fonksiyonları kullanılarak tahmin edilebilir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir [9]:

$$u_{(2 \times 1)}^h = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & \dots & \phi_n & 0 \\ 0 & \phi_1 & \dots & 0 & \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} = \Phi_{(2 \times 2n)} u_{(2n \times 1)} \quad (16)$$

burada n etki alanındaki düğüm noktası sayısını ve u etki alanındaki düğüm noktalarının deplasman vektörüdür. Eşitlik 16 kısaca olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u_{(2 \times 1)}^h = \sum_i^n \begin{bmatrix} \phi_i & 0 \\ 0 & \phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \sum_i^n \Phi_i u_i \quad (17)$$

burada Φ_i düğüm noktası, i , için şekil fonksiyonu matrisi, u_i düğüm noktası, i , için deplasman vektörü, ve u^h ilgili nokta için tahmini deplasman vektörüdür.

Tahmini deplasmanlar birim uzamayı elde etmek için kullanılırlar.

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_{(3 \times 1)} &= \mathbf{L} \mathbf{u}^h = \mathbf{L}_{(3 \times 2n)} \Phi_{(2 \times 2n)} \mathbf{u}_{(2n \times 1)} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & \dots & \phi_n & 0 \\ 0 & \phi_1 & \dots & 0 & \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_n}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial \phi_n}{\partial y} & \frac{\partial \phi_n}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} \\
&= \mathbf{B}_{(3 \times 2n)} \mathbf{u}_{(2n \times 1)} \\
&= \sum_i^n \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i
\end{aligned} \tag{18}$$

İki boyutlu büyük deformasyon problemlerinin çözümü için kullanılan birim uzama-deplasman bağıının genel hali aşağıda ki gibidir:

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \tag{19 - a}$$

$$e_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \tag{19 - b}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \tag{19 - c}$$

Bu çalışmada asıl amaç etki alanının içerisindeki düğüm nokta sayısının sonuçlara olan etkisini araştırmaktır. Bu sebeple çözümü iterasyona bağlı yapmamak ve zorlaştırmamak için yüksek dereceli terimler ihmal edilmiştir. Ancak deformasyonlar büyük olacağı için yüksek dereceli terimlerin ihmal edilmesi ile ortaya çıkan hata miktarının dikkate alınması gerekir. Yüksek dereceli terimlerden arındırılmış birim uzama-deplasman ilişkisi aşağıdaki gibi olur:

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{20 - a}$$

$$e_y = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{20 - b}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (20 - c)$$

Problem alanı içindeki bir noktaya ait gerilme vektörü, malzemeye ait birim uzama-gerilme eşitlikleri kullanılarak elde edilir.

$$\begin{aligned} \sigma &= \mathbf{D}\epsilon = \mathbf{D}_{(3 \times 3)} \mathbf{B}_{(3 \times 2n)} \mathbf{u}_{(2n \times 1)} \\ &= \sum_i^n \mathbf{D}_{(3 \times 3)} (\mathbf{B}_i)_{(3 \times 2)} (\mathbf{u}_i)_{(2 \times 1)} \end{aligned} \quad (21)$$

Eşitlik 13'deki integrali hesaplayabilmek için global problem alanı, örtüşmeyen arka plan hücrelerine (background cells) ayrılır. Noktasal direngenlik matrisi, Eşitlik 8'deki şekil fonksiyonu ifadesi kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j d\Omega \quad (22)$$

burada i ve j sayıları 1'den N 'e değişir. N global problem alanındaki toplam düğüm noktası sayısını gösterir. i ve j sayıları ile belirtilen düğüm noktaları aynı yerel çözüm alanı içinde bulunmuyorlarsa, integral hesaplanmaz. \mathbf{B} matrisi, Eşitlik 8'de ifade edilen şekil fonksiyonlarının türevlerinden oluşmaktadır. Global direngenlik matrisi için birleştirme işlemi (assembling procedure), sınır koşulları uygulanması, numerik integrasyon, ve diğer detaylar referans [10] mevcuttur.

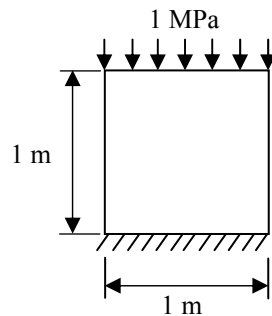
3. ÇÖZÜMLER

Etki alanının (Influence domain) içerisindeki düğüm nokta sayısının, çözüm üzerindeki etkileri araştırmak için iki ayrı problem çözülmüştür.

Kütük sıkıştırma

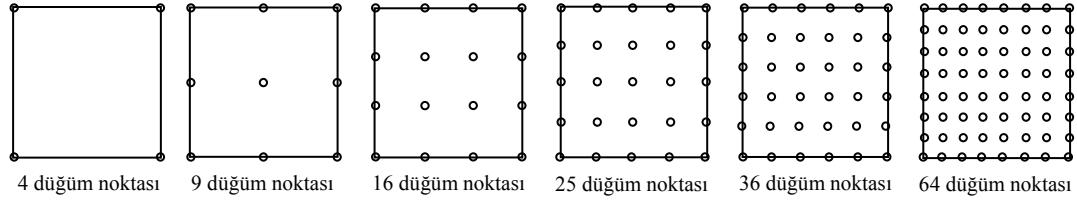
Bu problemde $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ boyutlarında bir kütük parçasına, 1 MPa basınç uygulanarak sıkıştırılmaya çalışılmıştır (Şekil 1). Kütükte büyük deformasyon elde edebilmek amacı ile malzeme özellikleri $E = 10E6$ ve $\nu = 0.45$ olarak seçilmiştir. Problemin çözümü sırasında

büyüklüğü problem büyüklüğüne eşit bir tane arka plan hücresi kullanılmıştır. Etki alanının büyüklüğü problem büyüklüğü ile eşit seçilerek, çözümlerde aynı etki alanı için farklı sayı da düğüm noktası kullanılmıştır.

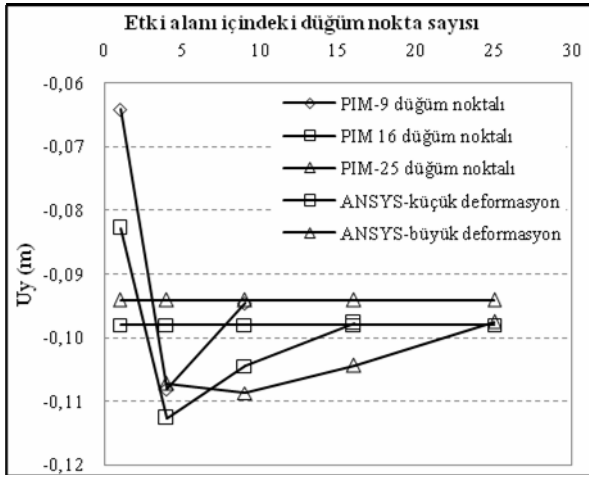


Şekil 1. Kütük sıkıştırma problemi

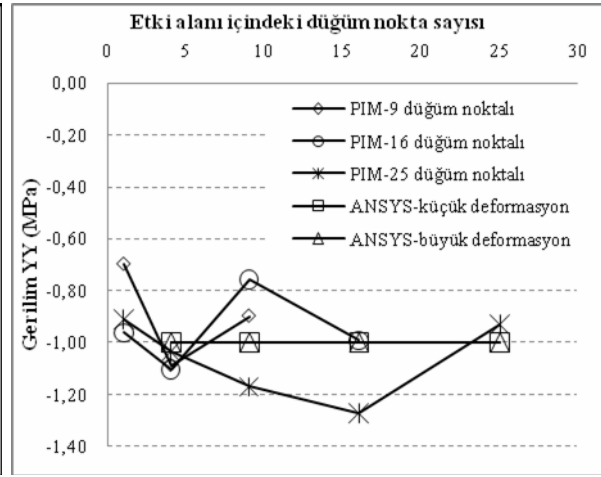
Çözüm sırasında problem alanı içindeki bütün düğüm noktaları için bir etki alanı oluşturulmasından dolayı sadece bir düğüm noktasına ait etki alanındaki düğüm noktası sayısı değişimi ile çözümlere başlanılmış ve Şekil 2’ de 9, 16 ve 25 düğüm noktası ile gösterilen modeller çözüm için kullanılmıştır. Çözümelerde her model için bir etki alanı dışında bütün etki alanları problem alanı içindeki düğüm noktalarının tamamını kapsayacak şekilde ayarlanmıştır ve ayrı tutulan etki alanı içindeki düğüm nokta sayısı değiştirilmiştir. Etki alanında bulunan düğüm nokta sayısının deplasman ve gerilme değerleri üzerindeki etkisi Şekil 3.a. ve Şekil 3.b.’ de gösterilmiştir.



Şekil 2. Kütük sıkıştırma problemi için düzgün dağıtılmış düğüm notalı ağsız noktasal interpolasyon modelleri

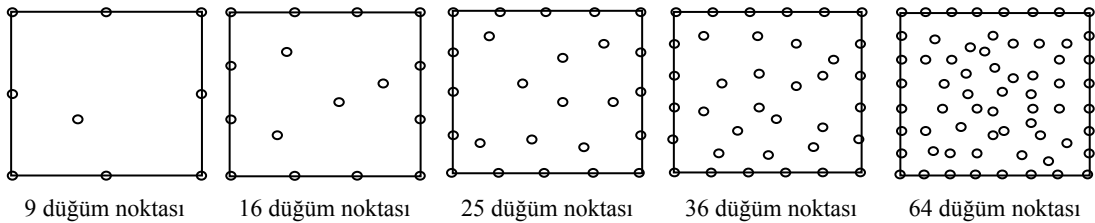


Şekil 3.a. Etki alanında bulunan düğüm nokta sayısına karşılık deplasman değerleri

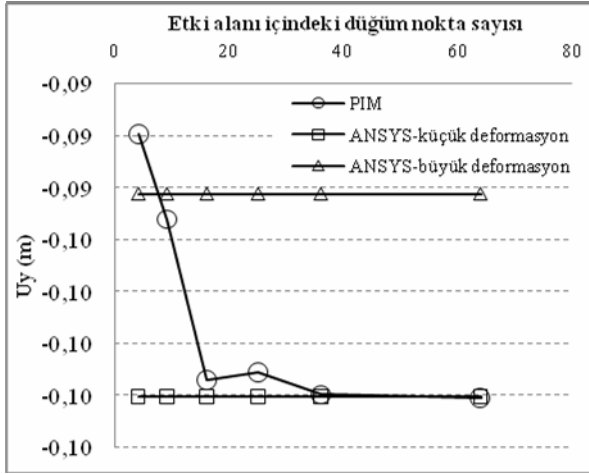


Şekil 3.b. Etki alanında bulunan düğüm nokta sayısına karşılık dikey gerilim değerleri

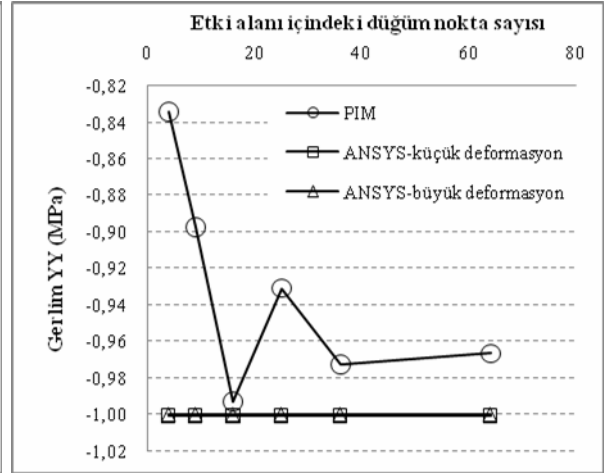
Problem alanındaki bütün etki alanlarında bulunan düğüm nokta sayısı aynı kalmak koşulu ile etki alanlarındaki düğüm nokta sayısı değişiminin sonuçlara etkisine bakmak için Şekil 2’de gösterilen düzgün dağıtılmış düğüm noktası ve Şekil 4’te gösterilen düzgün dağıtılmamış düğüm noktası modeller kullanılmıştır. Etki alanı içindeki düğüm noktası sayısına karşılık elde edilen deplasman ve gerilme değerleri, düzgün dağıtılmış düğüm noktaları için Şekil 5.a. ve Şekil 5.b.’ de, düzgün dağıtılmamış düğüm noktaları için Şekil 6.a. ve Şekil 6.b.’ de, gösterilmiştir.



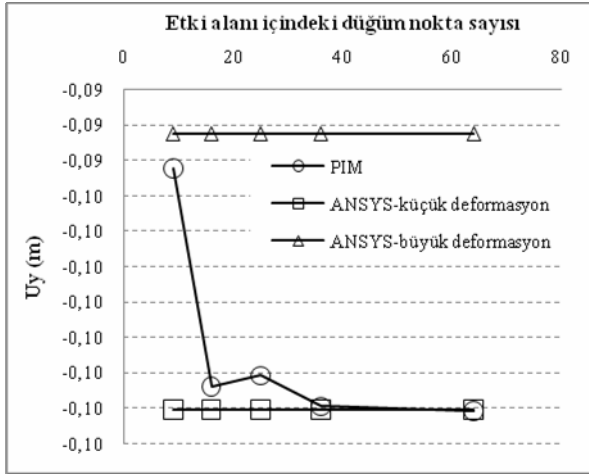
Şekil 4. Kütük sıkıştırma problemi için düzgün dağıtılmamış düğüm notalı ağsız noktasal interpolasyon modelleri



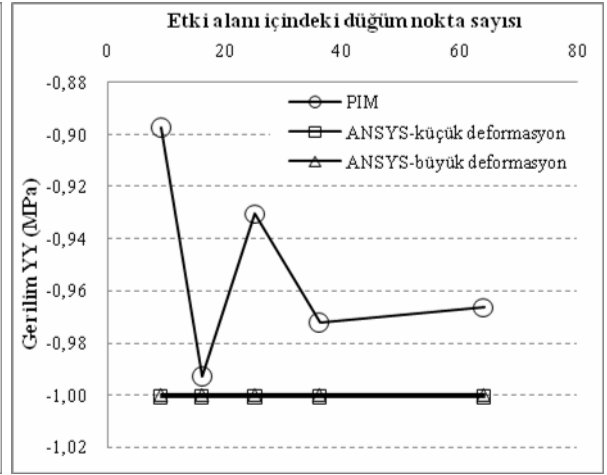
Şekil 5.a. Etki alanı içindeki düzgün dağıtılmış düğüm nokta sayısına karşılık dikey deplasman incelemesi



Şekil 5.b. Etki alanı içindeki düzgün dağıtılmış düğüm nokta sayısına karşılık dikey gerilim incelemesi

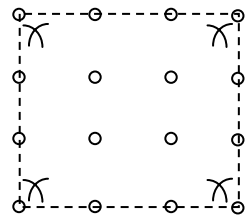


Şekil 6.a. Etki alanı içindeki düzgün dağıtılmamış düğüm nokta sayısına karşılık dikey deplasman incelemesi

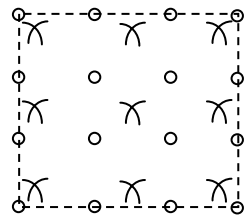


Şekil 6.b. Etki alanı içindeki düzgün dağıtılmamış düğüm nokta sayısına karşılık dikey gerilim incelemesi

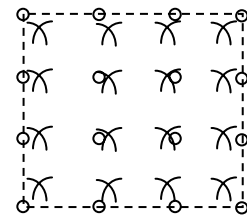
Şekil 7' de değişik Gauss integrasyon nokta sayılarını içeren modeller gözükmektedir. Bu modeller kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 1'de gösterilmiştir.



4 integrasyon noktalı



9 integrasyon noktalı



16 integrasyon noktalı

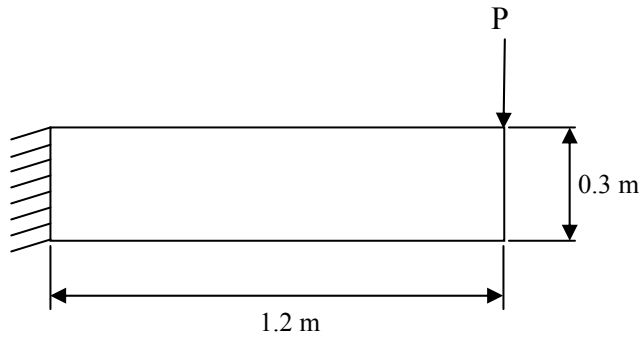
Şekil 7. Arka plan hücreindeki Gauss integrasyon nokta sayısını gösteren modeller

Tablo 1. Arka plan hücresi içerisindeki Gauss integral nokta sayısı

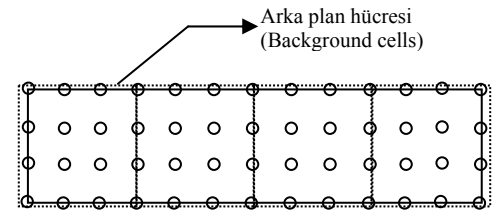
Toplam düğüm nokta sayısı	Etki alanı büyüklüğü	Etki Alanı sayısı	Etki alanı içindeki düğüm nokta sayısı	Dikey deplasman değeri, Uy (m)	ANSYS deplasman değeri, Uy (m)	Dikey gerilim değeri, Syy (Mpa)	ANSYS dikey gerilim değeri, Syy (Mpa)
16	1.0x1.0	4	16	1.71E+10	-9.802E-02	2.68E+17	-1.00E+06
16	1.0x1.0	9	16	-9.86E-02	-9.802E-02	-8.35E+05	-1.00E+06
16	1.0x1.0	16	16	-9.77E-02	-9.802E-02	-9.92E+05	-1.00E+06

Ankastre kiriş

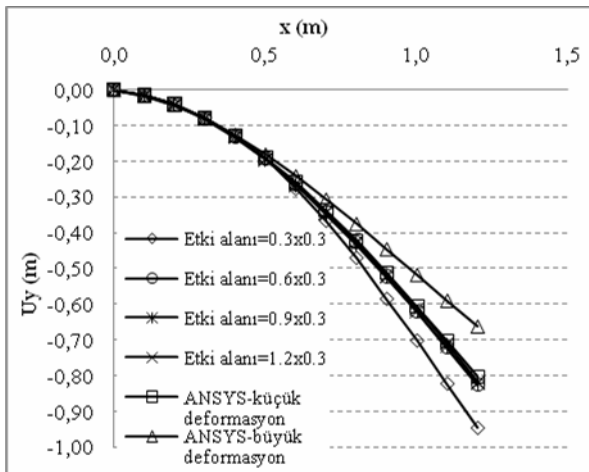
Bu problemde ise 1.2x0.3 m boyutlarında bir kirişe uçundan yük uygulanarak eğmeye çalışılmıştır (Şekil 8). Ağsız noktasal interpolasyon yöntemi için hazırlanan model Şekil 9’ de görüldüğü gibi 52 düğüm noktası ve 4 arka plan hücresinden (background cell) oluşmaktadır. Değişik büyüklükteki etki alanları için elde edilen dikey deplasman ve eksenel gerilim sonuçları sırası ile Şekil 10.a ve b.’de gösterilmiştir.



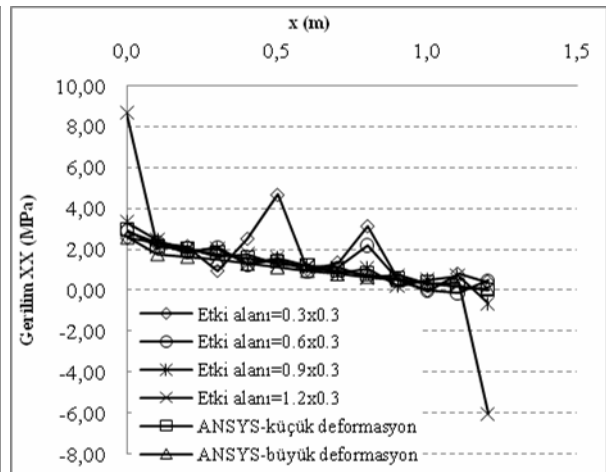
Şekil 8. Ankastre kiriş



Şekil 9. Ağsız noktasal interpolasyon modeli



Şekil 10.a. Ankastre kirişin yatay eksen boyunca dikey deplasman dağılımı



Şekil 10.b. Ankastre kirişin yatay eksen boyunca yatay gerilim dağılımı

4. SONUÇLAR

Bir arka plan hücresi içerisinde etki alanı düğüm noktalarının tamamını içermediğinde sonuçların hata barındırdığı ve güvenilir olmadığı görülmüştür. Bu sebeple; bir arka plan hücresi içerisinde kurulan etki alanları arka plan hücresi içindeki bütün düğüm noktalarını kapsamalıdır.

Etki alanının sınırları arka plan hücrelerinin sınırlarını aştığında problem çıkmamaktadır. Ancak özellikle düzgün dağıtılmamış düğüm noktası modellerinde etki alanının büyüklüğü özel bir dikkat gerektirmektedir.

Arka plan hücre sayısının artması, etki alanı sayısının artmasına neden olmaktadır. Böylece arka plan hücre sayısının artması ile sonuçların iyileştiği anlaşılmıştır. Bu da sonlu elemanlardaki eleman sayısı artışına benzetilebilir.

Bir arka plan hücresi içindeki integrasyon nokta sayısı (etki alanı sayısı), bu arka plan hücresinin kapsadığı düğüm nokta sayısına yaklaştıkça sonuçlar iyileşmektedir.

KAYNAKLAR

- [1].W. Barry, S. Saigal, A three-dimensional element-free Galerkin elastic and elastoplastic formulation, Int. J. Numer. Meth. Engng. 46, 671-693, 1999.
- [2].K.M. Liew, T.Y. Ng, Y.C. Wu, Meshfree method for large deformation analysis—a reproducing kernel particle approach, Engineering Structures 24, 543–551, 2002.
- [3].D.A. Hu, S.Y. Long, X. Han, G.Y. Li, A meshless local Petrov–Galerkin method for large deformation contact analysis of elastomers, Engineering Analysis with Boundary Elements, online available.
- [4].G. R. Liu, Y. T. Gu, A point interpolation method for two-dimensional solids, Int. J. Numer. Meth. Engng, 50,937-951, 2001.
- [5].G.R. Liu, Y.T. Gu, A matrix triangularization algorithm for the polynomial point interpolation method, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 192, 2269–2295, 2003.
- [6].J.G. Wang, G.R. Liu, 2002-On the optimal shape parameters of radial basis functions used for 2-D meshless methods, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 191, 2611–2630, 2002.
- [7].G. R. Liu, Y. T. Gu, K. Y. Dai, Assessment and applications of point interpolation methods for computational mechanics, Int. J. Numer. Meth. Engng, 59,1373–1397, 2004.
- [8].Y. Duan, Meshless Galerkin method using radial basis functions based on domain decomposition, Applied Mathematics and Computation 179, 750–762, 2006.

- [9]. G. R. Liu, Mesh free methods, moving beyond the Finite Element Method, CRC Press, New York, 2002.
- [10]. Liu GR, Gu YT, An introduction to Meshfree methods and their programming, Springer: Berlin, 2005.

